Prof. David Pizarro / 1° Semestre / Colegio España /2020

Lineamientos de Estudio para el Contenido de Vectores de 3° Medio

En el siguiente documento se encuentra el contenido y las actividades de trabajo para reforzar el contenido de vectores, en la modalidad de trabajo a distancia debido a la contingencia actual en la que se encuentra nuestro país. Antes de trabajar, se deben considerar los siguientes puntos:

1. El contenido entregado en el presente documento fue recopilado por el profesor, haciendo uso de material aportado por los recursos online del Ministerio de Educación:

https://curriculumnacional.mineduc.cl/estudiante/621/w3-propertyname-822.html

En donde se encuentra disponible el libro de la asignatura de física, con acceso gratuito.

2. Si la alumna lo estima conveniente, puede buscar alternativas de información presentes en internet o en recursos físicos (libros, películas, documentales, etc.). Como he explicado en clases, la información científica no es definitiva, si no de carácter variable con el tiempo, y también lo importante es desarrollar capacidades de indagación y análisis crítico, fundamentales para el quehacer científico. La información contenida en este documento es de carácter universal y es solo una de las infinitas formas en la que puede ser presentada.

3. Las actividades tienen un **plazo de entrega de un mes a partir del día en la cual fueron entregadas** y deben ser enviadas al correo dpizarro@cesp.cl, con el siguiente formato de asunto: “3M, letra del curso, apellidos y tema de la guía”.

4. Cada respuesta o esquema debe ser justificada o explicada con argumentos científicos, de manera sintética y ordenada.

5. El libro de clases oficial de la asignatura se encuentra disponible en el siguiente enlace:

- https://curriculumnacional.mineduc.cl/614/articles-145422_recurso_pdf.pdf (2° Medio)
- https://curriculumnacional.mineduc.cl/estudiante/621/w3-article-140140.html (Contenidos de 3° Medio).

6. Cualquier consulta o duda, comunicarse conmigo a través del correo mencionado (dpizarro@cesp.cl).

Introducción

Algunos de los conceptos revisados el año pasado, como el movimiento rectilíneo uniforme acelerado, se puede explicar de manera intuitiva debido a su "simplicidad" o sencilla caracterización, por ejemplo: "tenemos una bicicleta que se mueve en una ciclovía con cierta velocidad en un intervalo de tiempo, para luego acelerar y cambiar su velocidad, siendo la trayectoria de este objeto una línea recta".
Sin embargo, y como podrías señalarme, existen múltiples factores que afectan a este movimiento: el efecto del aire o viento; tu forma de pedalear; la estabilidad de la bicicleta para mantener su trayectoria recta; los peatones; el clima, etc.
El punto de esta introducción es que existen otras cantidades físicas que influyen en nuestra rutina diaria, en específico las Fuerzas, que hemos escuchado al momento de mover un mueble o al realizar una acción tediosa en la cual requerimos de "fuerza de voluntad". Pero antes de comprender dicho concepto, necesitamos de una herramienta que será necesaria al momento de explicar fenómenos en donde se vean involucradas fuerzas. Nos referimos al concepto de Vector.

Vectores

Un vector es una representación gráfica de cierta cantidad física, como, por ejemplo: la velocidad, aceleración, fuerzas, flujos líquidos o gaseosos o campos eléctricos. Un vector representa las características sus características más importantes: la magnitud y dirección de cierta cantidad física. Un ejemplo de un vector es el siguiente:

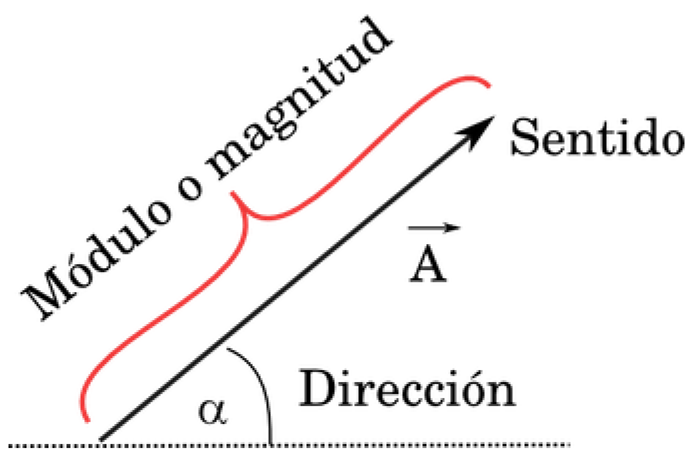

Imagen 1: Representación Gráfica de un Vector $\vec{A}$

Aquí, el vector $\vec{A}$ (la letra A con una flecha sobre ella) representa una cantidad física, por ejemplo, la aceleración $A = 5\ {}^{m}/_{s^2}$, en donde su magnitud es lo que comúnmente conocemos (cierto cuerpo en movimiento está acelerando $5\ {}^{m}/_{s}$ cada segundo) y que correspondería al largo de la flecha mostrada en la Imagen 1. ¿Qué quiere decir esto último? Que si tomásemos un cuaderno de matemáticas y dibujásemos la flecha del vector $\vec{A}$, su largo debería ser de, por ejemplo, 5 cuadritos de cuaderno de matemática.
Cantidades físicas más complejas como la velocidad, el campo eléctrico o flujo resultan un poco más difíciles de apreciar, es por esto que siempre que hablamos de movimientos comenzábamos hablando del **desplazamiento**. Si recuerdas, en algún momento del año pasado te pregunté

representar la trayectoria que seguí del centro de concepción al colegio, es decir, el camino que recorriste para llegar. Luego, te pregunte por el desplazamiento correspondiente a este movimiento, que se representa gráficamente por la línea recta que une a dos puntos:

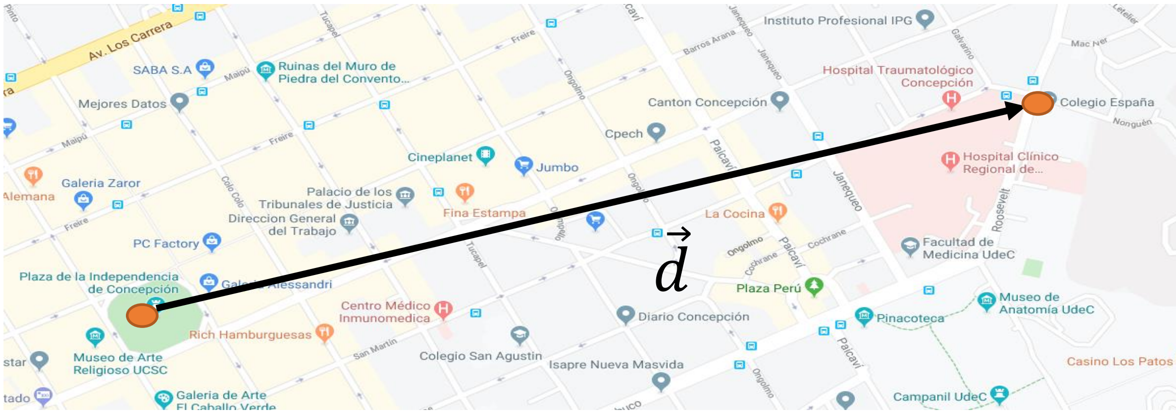

Imagen 2: Vector del desplazamiento entre la plaza de armas y el colegio.

Como puedes anticipar, esto se parece a un vector, en donde su magnitud correspondería a la distancia física entre estos puntos (aproximadamente de 1200 metros). Pero como he mencionado en un comienzo, un vector describe al menos dos características: una magnitud y una dirección. Ya tenemos en mente a que hace referencia la magnitud, pero ¿a qué nos referimos con dirección? En la imagen 1 puede ver que el vector $\vec{A}$ describe un ángulo α (letra griega alpha o alfa) respecto de una **referencia**, la cual es la línea punteada mostrada. Este ángulo α es la dirección del vector.
En física, las referencias son de suma importancia ya que nos permiten describir un fenómeno de tal manera que cualquier otra persona lo pueda apreciar de la misma forma en la cual lo observamos cada uno, **siempre y cuando la otra persona use la misma referencia o "punto de partida"**. En general, de aquí en adelante, para describir el ángulo de cualquier vector, usaremos la misma referencia que han usado, alguna vez, en matemáticas:

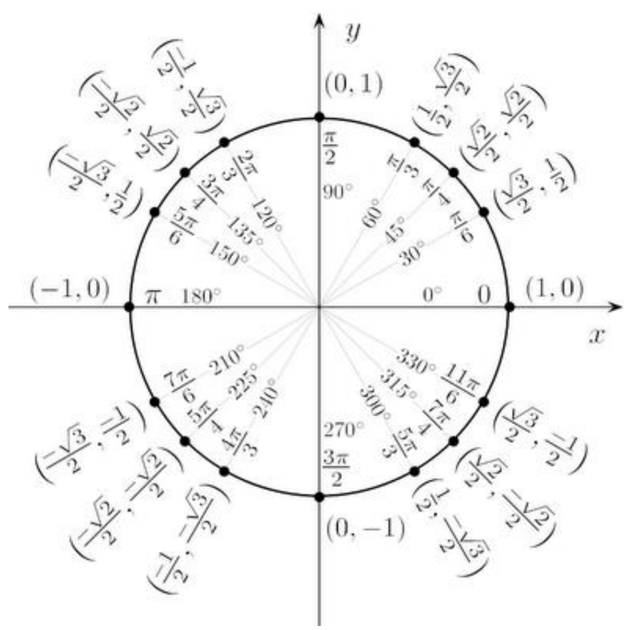

Imagen 3: ángulos conocidos (en grados y radianes).

No es necesario que los memorices, solo que tengas conciencia que cuando hablemos que un vector describe un ángulo de 30°, se refiere a los 30° de la imagen 3.
El centro del esquema mostrado en la imagen 3, es el punto que llamaremos Origen.

Sistema de coordenadas cartesiano y componente de vectores

Podemos discutir sobre cuál sistema adoptar al momento de trabajar con vectores, pero el sistema cartesiano resulta, en mi opinión, el más sencillo de trabajar. A continuación, te muestro como se representa un vector cualquiera en este sistema:

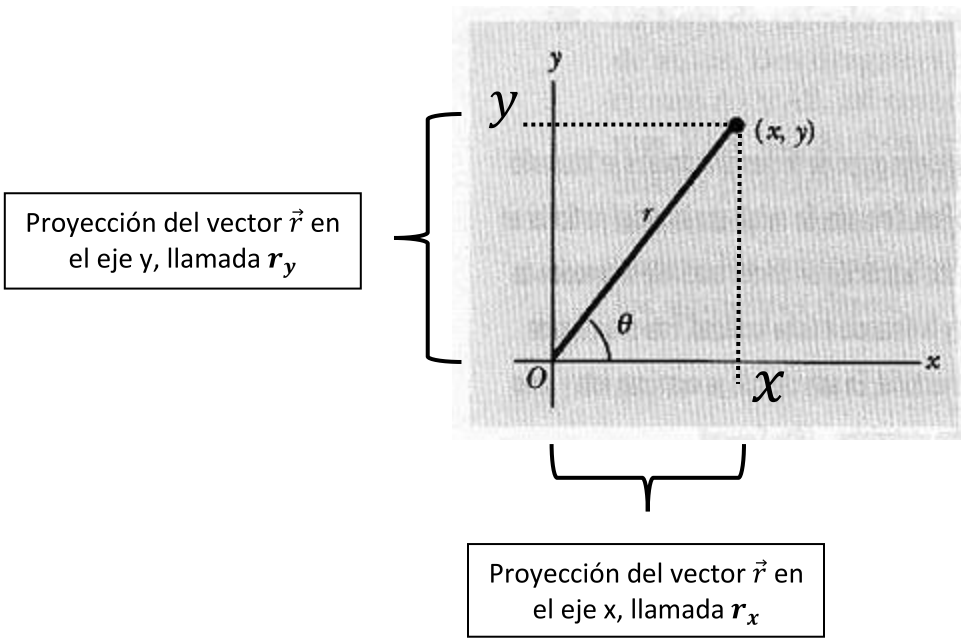

Imagen 4: vector representado en el sistema de coordenadas cartesiano.

Aquí, este vector tiene las siguientes características:

- La magnitud o longitud del vector, que llamaremos $\vec{r}$, tiene el valor $r = 8$.
- El ángulo del vector representado tiene el valor $\theta = 45°$
- Las coordenadas de los puntos que conforman el vector son las del origen (0, 0) y (x, y). Entre estas dos coordenadas se traza el vector de la imagen 4, similar a lo mostrado en la imagen 1 del documento.

A partir de esta información, nosotros podemos determinar el valor de las Proyecciones del vector $\vec{r}$, que se pueden calcular de la siguiente manera:

$r_x = x = r\ cos\ \theta$ (r multiplicado por el coseno del ángulo θ en grados)
$r_y = y = r\ sin\ \theta$ (r multiplicado por el seno del ángulo θ en grados)

Que, para los datos mencionados anteriormente, las proyecciones del vector $\vec{r}$ serían las siguientes:

$$r_x = r\cos\theta = 8 \cdot \cos 45 = 8 \cdot\ 0{,}707 = 5{,}66$$
$$r_y = r\sin\theta = 8 \cdot \sin 45 = 8 \cdot 0{,}707 = 5{,}66$$

En este caso ambas proyecciones tienen el mismo valor, pero si el ángulo fuese diferente (por ejemplo, 17° o 147°), tendríamos valores diferentes. Cabe destacar que estos **valores no son vectores**, pero que representarían cuanto sería el largo del vector $\vec{r}$ si su "sombra" se posara sobre los ejes del sistema cartesiano.
Debido a que los **valores** de las funciones **coseno y seno** van entre los números 1 y -1, al ejercitar matemáticamente encontraremos que las proyecciones de los vectores pueden ser positivas y negativas ¿qué quiere decir eso? Que los valores r_x y espacialmente pueden estar ubicados sobre la parte positiva o negativa del eje "x" e "y" correspondientemente. Te recomiendo seguir el siguiente consejo:

- Caso **a)** Si el valor del ángulo θ se encuentra entre los 0° y 90°, r_x es positivo y r_y puede ser 0 o un valor positivo
- Caso **b)** Si el valor del ángulo θ se encuentra entre los 90° y 180°, r_x es negativo o 0 y r_y tiene un valor positivo
- Caso **c)** Si el valor del ángulo θ se encuentra entre los 180° y 270°, r_x es negativo o puede ser 0 y r_y tiene un valor negativo
- Caso **d)** Si el valor del ángulo θ se encuentra entre los 270° y 360°, r_x es positivo y r_y tiene un valor negativo o puede ser 0.

Quizás en palabras esto resulte complejo de imaginar, pero todos los casos mencionados se ven bien ilustrados en las siguientes imágenes:

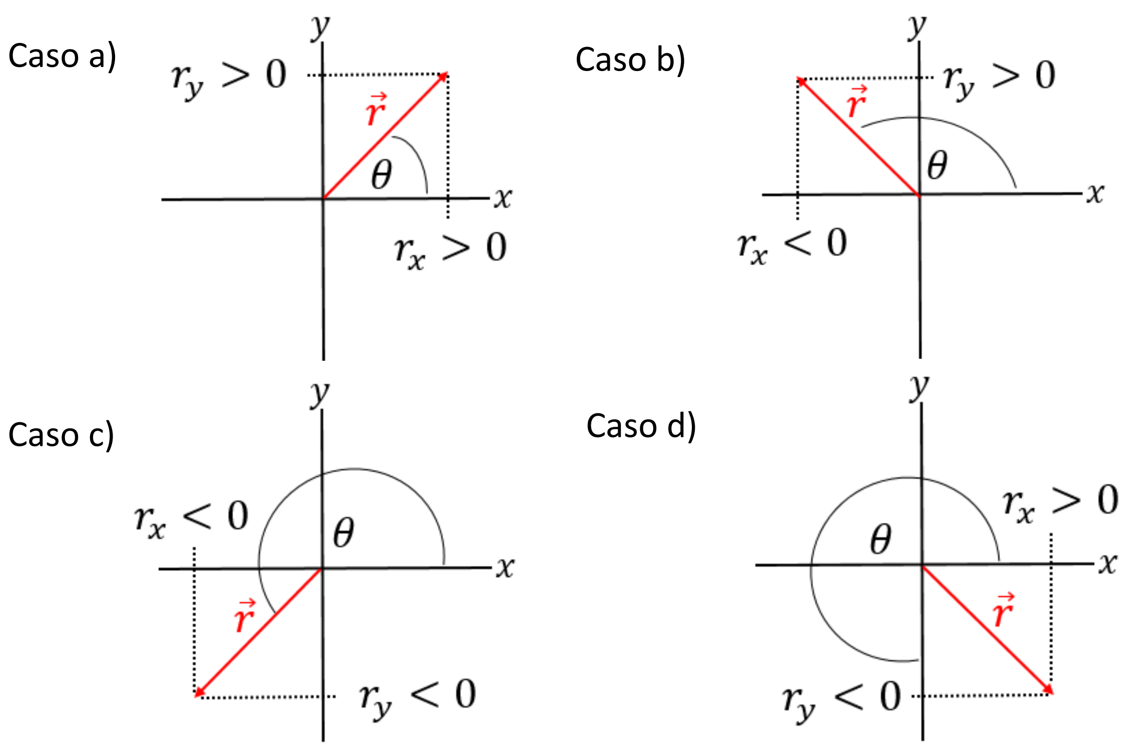

Imagen 5: proyecciones de un vector respecto del ángulo que describe.

A partir del conocimiento de las proyecciones de un vector, siguiendo el mismo ejemplo, r_x y r_y, es posible obtener la magnitud del vector $\vec{r}$ y su dirección de la siguiente manera:

Angulo de un vector:

$$\tan\theta = \frac{r_y}{r_x} \rightarrow \arctan\frac{r_y}{r_x} = \theta$$

en donde la operación "$arctan$" es lo que puedes ver en una calculadora científica como "tan^{-1}". Sin embargo, el resultado de esta operación es un ángulo descrito en radianes, que tendrás que convertir a grados, sabiendo que $\boldsymbol{2\pi\, radianes = 360}°$.

Ten en cuenta que la operación anterior sirve para determinar el ángulo que forman las proyecciones de un vector **si estas son positivas**, es decir, el ángulo que se forma en el caso "a)" mencionado en la imagen 5. Sin embargo, en el resto de los casos estas determinado los siguientes ángulos:

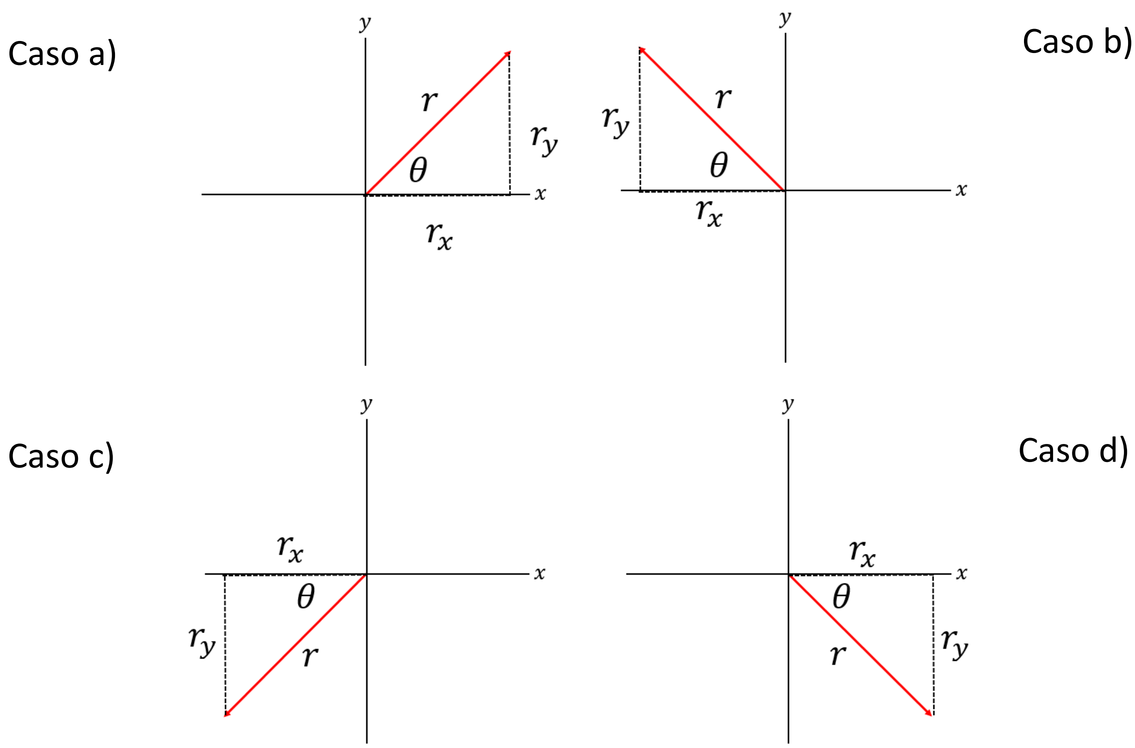

Imagen 6: ángulos resultantes de la función arco tangente.

Si quisieras expresar cual es la dirección de un vector para el caso b), c) o d), puedes decir "el ángulo del vector "r" de acuerdo al caso c) es de 25° en dirección suroeste". Lo imperante de este apartado es tener conciencia de **hacia donde va dirigido el vector de acuerdo al sistema cartesiano**. **Si quisieras determinar el ángulo real de cada vector**, dependiendo del caso, puedes usar la siguiente técnica:

- **Caso a):** el ángulo θ es la dirección del vector $\vec{r}$
- **Caso b):** la dirección del vector $\vec{r}$ es igual a 180° menos el ángulo θ (180 - θ)
- **Caso c):** la dirección del vector $\vec{r}$ es igual a 180° más el ángulo θ (180 + θ)
- **Caso d):** la dirección del vector $\vec{r}$ es igual a 360° menos el ángulo θ (360 - θ)

Por ejemplo:

Se tiene un vector $\vec{r}$ de componentes $r_x = 6$ en el eje x y $r_y = -14$ en el eje y. Determina la dirección de este vector.

Para este problema nos basamos en el caso d), ilustrado en la imagen 6, por lo que primero calcularemos el ángulo θ:

$$\arctan\frac{r_y}{r_x} = \arctan\frac{-14}{6} = \tan^{-1}\frac{-14}{6} = -0{,}395\, rad$$

Sabiendo que 2π radianes $= 360°$, con una regla de "tres simples" podemos determinar que $-0{,}395\, rad = -22°$.
En física, siempre trabajaremos con ángulos positivos, por lo que en el caso d): $\theta = 22°$. Finalmente, como mencionamos anteriormente, **para determinar la dirección real del vector $\vec{r}$**, a 360° le restaremos 22°, obteniendo que:

La dirección del vector $\vec{\boldsymbol{r}}$ es igual a 338°

Magnitud de un vector:

$$r = \sqrt{{r_x}^2 + {r_y}^2}$$

Que, si te fijas bien, se parece al Teorema de Pitágoras.

Tal vez preguntarás el porqué de la necesidad de saber que un vector tiene proyecciones. Resulta que, como en la realidad, los eventos naturales y artificiales ocurren en lo que llamamos **"tres dimensiones"** y hay veces en que distintas cantidades físicas y sus vectores interactúan entre sí. Esa interacción la podemos describir **sumando o restando vectores**, que en parte es similar a la suma aritmética, con ciertas precauciones a considerar. Esto será revisado en un lineamiento posterior.

- Se entiende que el contenido revisado en esta guía no resulta fácil, lo importante es captar que muchas cantidades físicas pueden ser descritas a través de vectores y que nos permiten representar fenómenos cotidianos en esquemas regidos por la geometría, para poder determinar cantidades más complejas.
- Como siempre, lo importante es intentar estudiar y resolver los problemas entregados. No te estoy presionando, sino que te incentivo a que tengas una primera visión de estos conceptos para que te resulte mejor su comprensión al momento de retomarlos en clases presenciales (cuando se dé).

Prof. David Pizarro, Física, Departamento de Ciencias, 2020.

Guía de Trabajo: Vectores

Nombre: ______________________________________ Curso: __________ Fecha: ____________

Objetivo de Aprendizaje: de acuerdo a la priorización curricular informada, el objetivo de conocer sobre vectores contribuye al cumplimiento del siguiente objetivo "2° Medio OA: Explicar, por medio de investigaciones experimentales, los efectos que tiene una fuerza neta sobre un objeto, utilizando las leyes de Newton y el diagrama de cuerpo libre".

1. Representa gráficamente los siguientes vectores:

a) Vector $\vec{A}$: magnitud = 5; dirección real del vector = 20°
b) Vector $\vec{B}$: magnitud = 2; dirección real del vector = 90°
c) Vector $\vec{C}$: magnitud = 10; dirección real del vector = 170°
d) Vector $\vec{D}$: magnitud = 7,5; dirección real del vector = 290°

Transforma los valores de cada dirección a su equivalente en radianes. Para representar cada vector puedes basarte en la imagen 1 de la guía.

2. De los vectores presentados anteriormente y basándote en el sistema cartesiano, determina lo siguiente:

a) Las proyecciones en el eje "x" e "y" de los vectores $\vec{A}$, $\vec{B}$, $\vec{C}$ y $\vec{D}$
b) Asocia cada valor de las proyecciones obtenidas a los casos "a)", "b)", "c)" y "d)" del subtema **"Sistema de coordenadas cartesiano y componente de vectores"** de la guía.

3. Determina la magnitud de los vectores $\vec{E}$, $\vec{F}$, $\vec{G}$ y $\vec{H}$ a partir de sus proyecciones, dadas a continuación:

a) $E_x = 5$ y $E_y = 6$
b) $F_x = -12$ y $F_y = 5$
c) $G_x = -7$ y $G_y = -4$
d) $H_x = 6$ y $H_y = -14$

4. Del problema anterior y de acuerdo a la información entregada en el apartado "**Ángulo de un vector"**, determina lo siguiente:

- Asocia a cada vector uno de los casos "a), "b)", "c)" o "d)" de dicho apartado
- Determina la dirección real de los vectores $\vec{F}$ y $\vec{H}$.

Para cada uno de estos problemas debes: explicar la lógica o secuencia de pasos que seguiste para resolverlos; representar gráficamente de manera comprensible la situación ante la que te encuentras; y expresar de manera clara la respuesta del problema.

En internet se encuentran disponibles tutoriales para aprender a usar la calculadora científica de Windows (por ejemplo: https://www.youtube.com/watch?v=3AHh0pXZGbw), la cual será de utilidad para resolver la función tangente.